

Colle 13 deuxième semaine
Du 3/05 au 7/05

1 Calcul intégral

- Fonctions en escalier sur un segment. Intégrale d'une fonction en escalier sur un segment. Propriétés : linéarité, positivité, croissance, Chasles.
- Fonctions continues par morceaux sur un segment. Approximation d'une fonction continue par morceaux par des fonctions en escalier sur un segment (ADMIS).
- Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment. Propriétés : linéarité, positivité, croissance, Chasles, inégalité de la moyenne, inégalité triangulaire généralisée.
- Pour une fonction f continue et positive sur un segment : s'il existe x_0 tel que $f(x_0) > 0$ alors son intégrale est strictement positive et si son intégrale est nulle alors f est nulle.
- Extension au cas des fonctions complexes.
- Définition d'une primitive. Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. Existence des primitives pour une fonction continue.
- Théorème fondamental de l'analyse : si F est une primitive de f alors $\int_a^b f = F(b) - F(a)$.
- Intégration par parties.
- Changement de variable.
- Intégrale et fonctions paires et impaires.
- Intégrale des fonctions périodiques.
- Liste de primitives usuelles.
- Formule de Taylor-Lagrange avec reste intégral. Inégalité de Taylor-Lagrange.
- Sommes de Riemann. L'approximation de l'intégrale d'une fonction continue par la méthode des rectangles est admise. Par contre elle a été démontrée pour une fonction \mathcal{C}^1 et dans ce cadre on a montré que l'erreur est un $O(\frac{1}{n})$ où n est le nombre de rectangles.
- Approximation par la méthode des trapèzes pour une fonction \mathcal{C}^2 (ADMIS).